

Aufgabe 20

Beweisen Sie, dass man zum Finden eines Elementes in einer sortierten Liste mit n Elementen mindestens $\Omega(\log_2 n)$ Vergleiche benötigt.

Über die Verteilung der Werte in einer bereits sortierten Liste ist genauso wenig was gesagt wie in einer unsortierten. Demzufolge kann immer ein Fall konstruiert werden, bei dem ein Algorithmus den Suchraum im „worst case“ mit einem Vergleich halbiert. Jetzt ergibt sich quasi ein neuer Suchbaum, der das gesuchte Element enthält. Wie im vorherigen Schritt, kann der Suchraum hier auch „nur“ halbiert werden. Alles in allem ergibt sich ein „balancierter Suchbaum“, der traversiert werden muss. Hierzu benötigt man mindestens die Höhe des Baumes an Schritten, somit also $\Omega(\log_2 n)$ Schritte in einem balancierten Binärbaum mit n Elementen.

Aufgabe 21

- (a) Schreiben Sie eine Schnittstelle (interface) oder eine abstrakte Klasse `PWSchlange` für eine Prioritätswarteschlange, die mindestens die beiden Methoden `entferneMin` und `einfügen` enthält. Die Prioritätswarteschlange soll Objekte vom Typ `Comparable` verwalten.
- (b) Schreiben Sie eine Klasse `Halde`, die eine `PWSchlange` implementiert beziehungsweise erweitert.

Befindet sich in Datei „Halde.java“

Aufgabe 22

Simulation einer Warteschlange in Java.

In einer Unfallambulanz müssen sich die ankommenden Patienten zunächst anmelden. Danach werden Sie in der Reihenfolge der Anmeldung von einer der $n = 2$ diensthabenden Ärztinnen befragt und untersucht. Gegebenfalls wird ein Röntgenbild angefertigt, und anschließend werden die Patienten behandelt.

Die Ankunft der Patienten ist ein Poisson-Prozess mit Rate $\lambda = 2h^{-1}$. Das heißt, dass der Abstand von der Ankunft eines Patienten bis zur Ankunft des nächsten Patienten exponentialverteilt mit dem

Mittelwert $\frac{1}{\lambda} = 30$ Minuten ist. Eine exponentialverteilte Zufallsvariable mit Mittelwert μ kann man

mit der Formel $-\mu * \text{Math.log}(\text{Math.random}())$ erzeugen. Die Zeit, die zur Anmeldung nötig ist, soll vernachlässigt werden. Die Dauer der ersten Untersuchung ist gleichverteilt im Intervall $[a..b]$ mit $a = 5\text{min}$ und $b = 20\text{min}$. Eine solche gleichverteilte Zufallsvariable kann man mit der Formel $a + (b - a) * \text{Math.random}()$ erzeugen. Anschließend ist mit Wahrscheinlichkeit $p = 0,15$ die Behandlung beendet, und der Patient wird entlassen. Andernfalls wird der Patient zum Röntgen geschickt. Die Patienten werden dort in der Reihenfolge ihrer Ankunft an der Röntgenstation drangenommen. Die Zeit zur Erstellung eines Röntgenbildes ist gleichverteilt im Intervall $[a..b]$ mit $a = 5\text{min}$ und $b = 10\text{min}$ (unabhängig von der Dauer der Untersuchung). Die anschließende Behandlung ist wieder eine unabhängige Zufallsvariable im Intervall $[a..b]$ mit $a = 10\text{min}$ und $b = 30\text{min}$.

Untersuchen Sie nun folgende Varianten:

- (a) Jeder neue Patient wird der ersten freiwerdenden Ärztin zugeteilt. Nach dem Fertigstellen des Röntgenbildes muss der Patient von derselben Ärztin behandelt werden. Wenn eine Ärztin frei wird, nimmt sie als nächstes bevorzugt einen Patienten an, der von der Röntgenabteilung zurückkommt.
- (b) Wie oben, aber die Patienten, die vom Röntgen zurückkommen, reihen sich in dieselbe Schlange ein wie die neuen Patienten.

Simulieren Sie diese Schlange von 7:00 bis 11:00 Uhr eines Tages. (Um 11:00 Uhr wird die Ambulanz geschlossen; es werden keine weiteren Patienten mehr angenommen, aber alle Patienten, die sich schon angemeldet haben, werden noch behandelt.)

Bestimmen Sie für jede Variante die durchschnittliche Wartezeit eines Patienten, die maximale Wartezeit, und die Gesamtzeit, wie lange die Ärztinnen nichts zu tun hatten (von 7:00 Uhr bis zur Behandlung des jeweils letzten Patienten). Führen Sie je drei unabhängige Simulationsläufe durch. Schreiben Sie Ihr Programm so, dass es möglichst leicht zu ändern oder zu erweitern ist (zum Beispiel für unterschiedliche Werte von μ , p und n). Verwenden Sie ein Objekt vom Typ PWSchlange aus der vorigen Aufgabe zur Verwaltung der nächsten Ereignisse. Stellen Sie die Hierarchie aller Klassen und Schnittstellen, die Sie definiert haben, dar.

HINWEIS:

Wir raten dringend davon ab, diese Version als das Maß der Dinge zu betrachten!!!

Befindet sich in Datei „Ambulanz.java“

Testlauf

```
Version A: getrennte Warteschlangen nach dem Roentgen
Arztliste angelegt
Neuer Arzt eingefuegt: 1
Neuer Arzt eingefuegt: 2
Neuer Arzt eingefuegt: 3
PatientWS angelegt
Patient 1 eingefuegt, Ankunftszeit: 7Uhr 0
Patient 2 eingefuegt, Ankunftszeit: 7Uhr 5
Patient 3 eingefuegt, Ankunftszeit: 7Uhr 40
Patient 4 eingefuegt, Ankunftszeit: 7Uhr 42
Patient 5 eingefuegt, Ankunftszeit: 7Uhr 45
Patient 6 eingefuegt, Ankunftszeit: 8Uhr 48
Patient 7 eingefuegt, Ankunftszeit: 8Uhr 48
Patient 8 eingefuegt, Ankunftszeit: 8Uhr 51
Patient 9 eingefuegt, Ankunftszeit: 9Uhr 4
Patient 10 eingefuegt, Ankunftszeit: 9Uhr 41
Patient 11 eingefuegt, Ankunftszeit: 9Uhr 47
Patient 12 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 0
Patient 13 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 3
Patient 14 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 7
Patient 15 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 18
Patient 16 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 20
Patient 17 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 24
Patient 18 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 28
Patient 19 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 49
Patient 20 eingefuegt, Ankunftszeit: 10Uhr 55
RoentgenWS angelegt
NachRoentgenWS angelegt
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P1 ,Arzt A1
Behandlung beginnt: Patient P1 behandelt von Arzt A1
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P1 0 Stunden 0 Minuten
Wartezeit Arzt A1 0 Stunden 0 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P1
Keine Roentgenaufnahme, ab nach Hause
```

```
Behandlungszeit 0 Stunden 9 Minuten
akt. Zeit 7 Uhr 9
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A1 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P2 ,Arzt A2
Behandlung beginnt: Patient P2 behandelt von Arzt A2
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P2 0 Stunden 4 Minuten
Wartezeit Arzt A2 0 Stunden 9 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P2
Bitte eine Roentgenaufnahme
Behandlungszeit 0 Stunden 18 Minuten
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A2 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Patient P2 beim Roentgen
Patient P2 ist in Warteschlange nach Roentgen
Roentgen fertig, Dauer 0 Stunden 8 Minuten
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
```

```
Patient vom Roentgen
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P2 ,Arzt A3
Behandlung beginnt: Patient P2 behandelt von Arzt A3
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P2 0 Stunden -4 Minuten
Wartezeit Arzt A3 0 Stunden 28 Minuten
```

```
2.Behandlung fuer Patient: P2
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A3 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P3 ,Arzt A1
Behandlung beginnt: Patient P3 behandelt von Arzt A1
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P3 0 Stunden 0 Minuten
Wartezeit Arzt A1 0 Stunden 30 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P3
Bitte eine Roentgenaufnahme
Behandlungszeit 0 Stunden 8 Minuten
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A1 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Patient P3 beim Roentgen
Patient P3 ist in Warteschlange nach Roentgen
Roentgen fertig, Dauer 0 Stunden 9 Minuten
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Patient vom Roentgen
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P3 ,Arzt A2
Behandlung beginnt: Patient P3 behandelt von Arzt A2
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P3 0 Stunden -9 Minuten
Wartezeit Arzt A2 0 Stunden 30 Minuten
```

```
2.Behandlung fuer Patient: P3
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A2 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P4 ,Arzt A3
Behandlung beginnt: Patient P4 behandelt von Arzt A3
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P4 0 Stunden 20 Minuten
Wartezeit Arzt A3 0 Stunden 50 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P4
Keine Roentgenaufnahme, ab nach Hause
```

```
Behandlungszeit 0 Stunden 11 Minuten
akt. Zeit 8 Uhr 14
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A3 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P5 ,Arzt A1
Behandlung beginnt: Patient P5 behandelt von Arzt A1
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P5 0 Stunden 29 Minuten
Wartezeit Arzt A1 0 Stunden 55 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P5
Keine Roentgenaufnahme, ab nach Hause
```

```
Behandlungszeit 0 Stunden 5 Minuten
akt. Zeit 8 Uhr 19
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A1 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P6 ,Arzt A2
Behandlung beginnt: Patient P6 behandelt von Arzt A2
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P6 0 Stunden -29 Minuten
Wartezeit Arzt A2 0 Stunden 47 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P6
Keine Roentgenaufnahme, ab nach Hause
```

```
Behandlungszeit 0 Stunden 8 Minuten
akt. Zeit 8 Uhr 27
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A2 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
Checke zuerst Roentgenschlange
Niemand kommt vom R*ntgen
Hole neuen Patienten aus der Warteschlange
Hole freien Arzt
```

```
Anzahl wartende Aerzte: 2
Neues Ereignis eingefuegt
neue Behandlung: Patient P7 ,Arzt A3
Behandlung beginnt: Patient P7 behandelt von Arzt A3
```

```
Zeiten aktualisiert
Wartezeit Patient P7 0 Stunden -21 Minuten
Wartezeit Arzt A3 1 Stunden 4 Minuten
```

```
1.Behandlung fuer Patient: P7
Keine Roentgenaufnahme, ab nach Hause
```

```
Behandlungszeit 0 Stunden 7 Minuten
akt. Zeit 8 Uhr 35
```

```
Arzt macht sich wieder fertig..
Neues Ereignis eingefuegt, Arzt A3 wartet
Anzahl freie Aerzte: 3
```

```
Neue Behandlung beginnt
Hole naechsten Patienten
```

