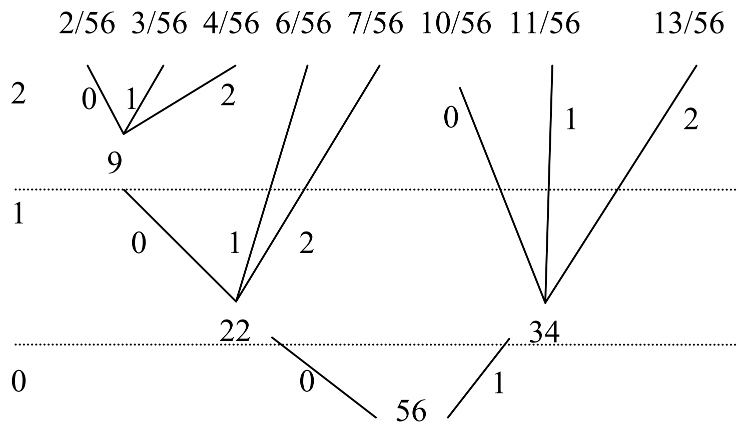
von: Ralf Anske, Stefan Bochow
Tutor: Till Zoppke

Übung 7:

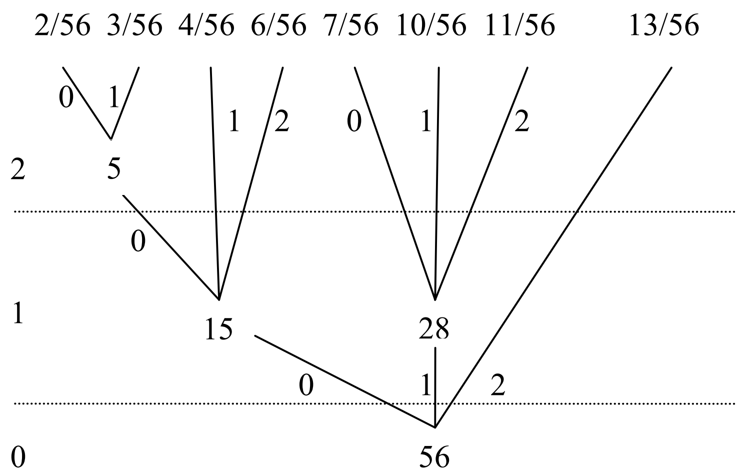
Aufgabe 41:

Versuchen Sie, den Huffman-Algorithmus zur Konstruktion eines optimalen Kodes auf ein ternäres Kodealphabet (ein Alphabet mit drei Buchstaben) zu verallgemeinern. Sei n = 8 Quellsymbole mit relativer Häufigkeit ($p_1, \dots, p_8$) = (2/56 , 3/56 , 4/56 , 6/56 , 7/56 , 10/56 , 11/56 , 13/56) und man konstruiere dafür einen optimalen ternären Kode.

Nach dem Standardverfahren erhielte man:



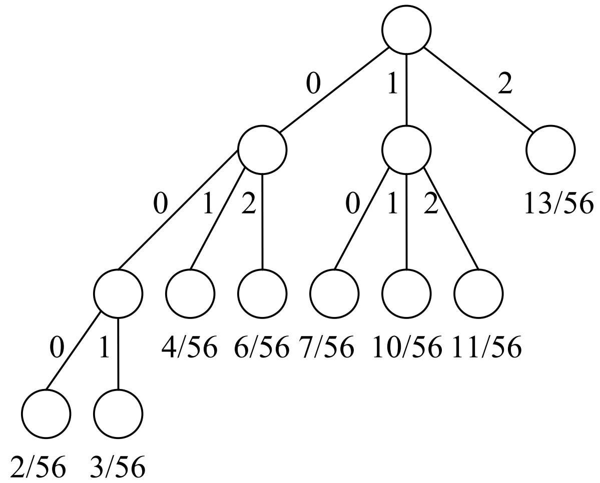
Da an der Wurzel nur 2 Pfade weggehen würden, wenn man nach dem Standardalgorithmus verfährt, und so Speicherplatz verschwendet werden würde, verschwendet man diesen lieber in der größten zur Verfügung stehenden Ebene mit den beiden kleinsten Wahrscheinlichkeiten.
Um einen **ternären Baum** richtig zu konstruieren überprüfe man zuerst ob die Menge der gegebenen Wahrscheinlichkeiten gerade ist, ist dem so addiere man im ersten Schritt die beiden geringsten Wahrscheinlichkeiten zu einem Knoten und fahre mit dem Standardsystem fort. Ist die Menge der Wahrscheinlichkeiten nicht gerade nutze man das Standardverfahren zur Erstellung eines Kodealphabetes.



So wird nun ein Weg der Tiefe 2 verschwendet und nicht mehr der Tiefe 0.

p_1	2/56	000
p_2	3/56	001
p_3	4/56	01
p_4	6/56	02
p_5	7/56	10
p_6	10/56	11
p_7	11/56	12
p_8	13/56	2

Optimaler Kodebaum für die hier gegebenen Wahrscheinlichkeiten:



Aufgabe 42:

Eine stückweise konstante Funktionen $f : (u, v] \rightarrow R$ ist durch eine zusammenhängende Folge von Intervallen mit entsprechenden Werten $f(x) = a$ gegeben, spezifizieren Sie eine Datenstruktur zur Darstellung solcher Funktionen.

Typen: Real, Stuko = $\{((a_1,a_2,b_1),(a_2,a_3,b_2),...,(a_n,a_{n+1},b_n))|\ a_1 < a_2 \dots a_{n+1}\ ,\ n \in N\ \}$

Operatoren:

berechne:	Stuko x Real → Real
add:	Stuko x Stuko → Stuko
mul:	Stuko x Stuko → Stuko

Axiome:

$$\text{berechne}\ (((a_1,a_2,b_1),...,(a_n,a_{n+1},b_n)),\ x) = \begin{cases} b_i \text{ falls } \exists\ a_i < x \leq a_{i+1} \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

$$\text{berechne}(\text{add}((S_1,S_2)),x) = \text{berechne}(S_1,x) + \text{berechne}(S_2,x)$$

$$\text{berechne}(\text{mul}((S_1,S_2)),x) = \text{berechne}(S_1,x) * \text{berechne}(S_2,x)$$

Aufgabe 43:

istenthalten(x, leer) = falsch			(1)
istenthalten(x, einfüge(x, M)) = wahr			(2)
istenthalten(x, einfüge(y, M)) = istenthalten(x, M),		für $x \neq y$	(3)
istenthalten(x, lösche(x, M)) = falsch			(4)
istenthalten(x, lösche(y, M)) = istenthalten(x, M),		für $x \neq y$	(5)

Sei z.z.:

(links) istenthalten (u, einfüge(x, lösche (x, M))) $\equiv$ (rechts) ist enthalten (u, einfüge (x, M))

Man unterscheide 2 Fälle $x = u$ und $x \neq u$.

1. Fall: $x = u$

(links) istenthalten(u, einfüge(x, lösche(x, M))) $=^{(2)}$ <u>wahr</u>
(rechts) istenthalten(u, einfüge(x, M)) $=^{(2)}$ <u>wahr</u>

2. Fall: $x \neq u$

(links) istenthalten(u, einfüge(x, lösche(x, M)))
$=^{(3)}$ istenthalten(u, lösche(x, M))
$=^{(5)}$ istenthalten(u, M)
$=^{(3)\text{ rückwärts}}$ istenthalten(u, einfüge(x, M))
= <u>rechts</u>